

確率情報の図的表現下での確率荷重関数

村上 始 (whaasjeidmac@akane.waseda.jp)
 玉利 祐樹・井出野 尚・大久保 重孝・竹村 和久
 [早稲田大学]

Probability weighting function in experiment using graphically represented probability information

Hajime Murakami ⁽¹⁾, Yuki Tamari ⁽²⁾, Takashi Ideno ⁽²⁾, Shigetaka Okubo ⁽¹⁾, Kazuhisa Takemura ⁽²⁾

⁽¹⁾ Graduate School of Letters, Arts and Science, Waseda University, Japan

⁽²⁾ Department of Psychology, Waseda University, Japan

Abstract

A psychological experiment was conducted to estimate probability weighting function whose stimuli were graphically presented. We conducted a modified experiment of Wu and Gonzalez (1996) study by using graphical representation of lotteries. The experiment consisted of 240 binary choices between two gambles. Participants were forty-four members of undergraduate students and graduate students in Waseda University. We fitted the choice data with probability weighting functions proposed by Tversky and Kahneman (1992) and Takemura (1998; 2001). We used the same procedure of Wu and Gonzalez (1996) study for estimating the parameters of both functions and computed Akaike Information Criterion (AIC), which indicated goodness of fit. The choice data confirmed previous findings of risk attitudes (Tversky and Wakker, 1995; Wu and Gonzalez, 1996) in losses. However, the choice data indicated previous findings of risk attitudes (Tversky and Wakker, 1995; Wu and Gonzalez, 1996) in only high probability in gains. Our estimates of Tversky and Kahneman's (1992) function were more linear than the estimates of Wu and Gonzalez (1996). The AIC of Tversky and Kahneman's (1992) function and Takemura's mental ruler model (1998; 2001) indicated that the Takemura's mental ruler model (1998; 2001) fitted better than the Tversky and Kahneman's (1992) model.

Key words

decision-making, mental ruler theory, probability weighting function, prospect theory, gamble task

1. はじめに

これまでリスク下の意思決定では、ギャンブル課題によって、確率への人の認知傾向の特徴を検査するといった枠組みを用い検査が行われてきた。例えば、Tversky & Kahneman (1992) では、150ドルを得る確率が25%で50ドルを得る確率が75%のギャンブルが呈示され、実験参加者の選択結果から、人の確率への重みづけが検査されている。確率への認知傾向の検査は、意思決定研究において重要な課題とされてきた。

意思決定研究における、確率への人の認知傾向の検査は、プロスペクト理論 (Kahneman & Tversky, 1979; Tversky & Kahneman, 1992) が中心的な役割を担ってきた (Fennema & Wakker, 1997)。プロスペクト理論は、代替案に対する人の評価を、確率荷重関数と価値関数という二つの関数を置くことで数理的に表現している。図1は確率荷重関数を示している。確率荷重関数は、代替案の結果が生じる確率に対して、人が主観的に感じるインパクトを表す関数である。確率荷重関数の特徴として、低い確率では実際の確率より高いインパクトを示し、高い確率に対しては実際の確率より低いインパクトを示すため、逆S字の形状となる。また、価値関数とは、代替案を選

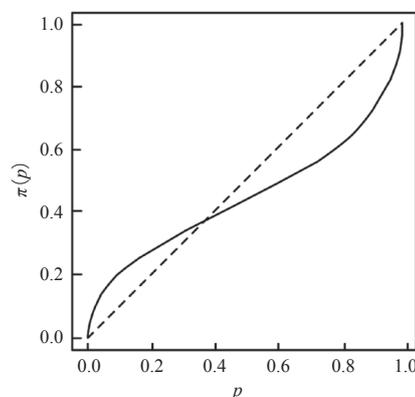


図1：確率荷重関数の形状

択したことで得られる結果の価値を表現する関数である。

Kahneman & Tversky (1979) と Tversky & Kahneman (1992) は、理論の提案とともに、実験データをもとに確率荷重関数の推定を行っている。彼らの行った実験は、提示されたギャンブルに対する確実同値額を実験参加者に決定させるといった実験手続きを用いていた。後続する Wu & Gonzalez (1998) では、二つのギャンブルを選択肢に用いた選択課題を複数回行うことにより、確率荷重関数の推定を行い、プロスペクト理論の予測を支持する結果を報告している。しかし、個人実験による繰り返し選択のデータではまだ推定研究が行われていない。

そこで、本研究では Wu & Gonzalez (1998) の実験を参考に、各実験参加者に対して繰り返しクジの選択課題を行った。また、実験参加者がクジの情報を理解しやすくするために、クジの情報は棒グラフを用いて提示した。実験によって得られたデータに対して Wu & Gonzalez (1998) による推定方法を用い、確率荷重関数の推定を行った。確率荷重関数には Tversky & Kahneman (1992) と心的モノサシモデル (竹村, 1996; Takemura, 2001) を用いた。Wu & Gonzalez (1998) の実験結果が本実験結果においても観察されるかを検討し、推定されたパラメータおよび適合度指標から、Tversky & Kahneman (1992) のモデルと心的モノサシモデル (竹村, 1996; Takemura, 2001) の比較を行う。

2. 方法

2.1 実験

2.1.1 実験参加者

実験参加者は大学生 44 名 (男 22 名、平均年齢 21.0 歳) であった。また実験参加者 44 名うち 1 名は実験機器の不具合により実験を中断したため、分析対象からは除外した。

2.1.2 実験の概要

実験の流れを図 2 に示した。実験課題は、確率と結果の情報が明示された二つのクジを呈示し、好ましい方のクジを選択させるといったものであった。実験は、二つのブロックで構成され、実験参加者は二つの条件 (利得条件・損失条件) に参加した。利得条件とは、クジを選択したことである金額をもらうことができる条件のことであり、損失条件とは選択したクジによってある金額を失う条件

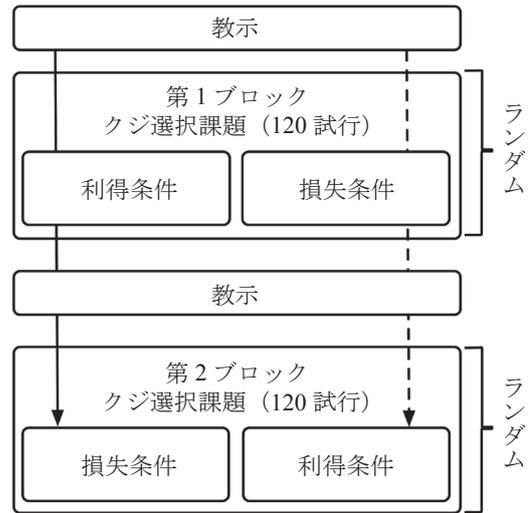


図 2：実験の流れ

のことである。

2.1.3 刺激

本実験において使用した刺激の 1 例を図 3 と図 4 に示した。本実験ではクジは棒グラフを用いて表した。図 3 は利得条件での 1 対のクジであり、図 4 は損失条件の 1 対のクジである。棒グラフの縦軸はクジから生じる結果の量を表している。そして横軸は結果が生じる確率を表している。横軸の確率は棒 1 本が 5% と対応していた。したがって本刺激で表される棒グラフの棒の総数は 20 本であった (5% × 20 本 = 100%)。たとえば、図 3 右のクジでは 3 万円を 5% で得られるか、あるいは 1 万 5 千円を

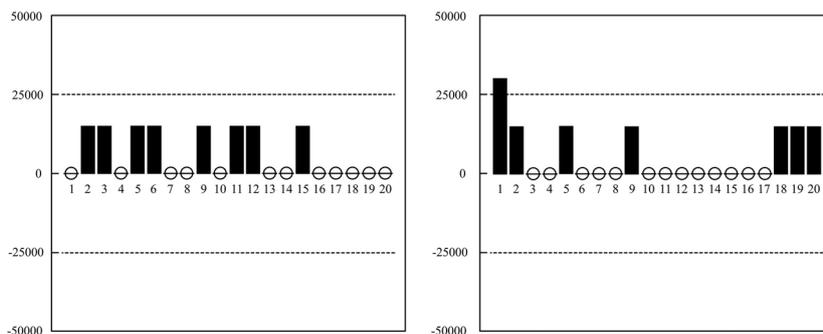


図 3：利得条件におけるクジの選択課題刺激例

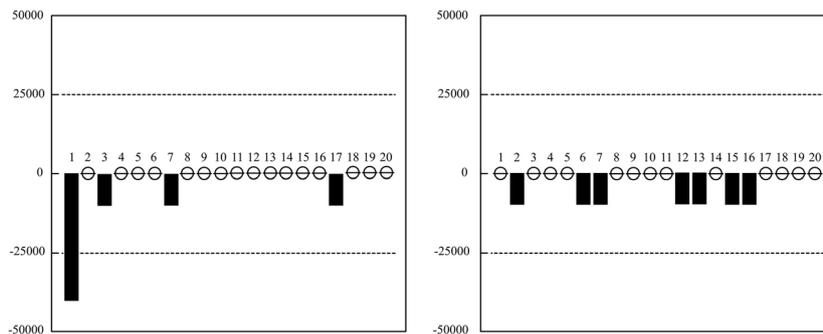


図 4：損失条件におけるクジの選択課題刺激例

30% で得られるクジということを表しており、図4左のクジは4万円を5%で失うかあるいは、1万円を15%で失うクジであることを表している。

2.1.4 刺激の構成

画面上に呈示される二つのクジは、それらの相対的な関係により、リスクなクジと手堅いクジを定義していた。リスクなクジとは対に呈示されるクジ(手堅いクジ)よりもある結果が生じる確率は低いが、一方でクジを選択することで生じる結果の量が大きいクジのことである。逆に、手堅いクジとはリスクなクジよりもある結果の生起確率が高く、かつ生起する結果の量が小さいクジのことである。

クジは、Wu & Gonzalez (1998) を参考に、1セット(以降、ラダーとする)が8対(以降、ラングとする)のクジで構成されるクジのセットを六つ作成した。本研究では、Wu & Gonzalez (1998) によるクジのパターンを組み合わせることで日本円に置き換えたクジ、三つのラダーを分析の対象とした。分析の対象としたラダーを表1に示した。各ラダーには、基準となる1対のクジを設定していた。この基準となる1対のクジをラング1とした。そして基準となる1対のクジにおいて手堅いクジの結果と等しい結果のクジを、基準となる1対のクジそれぞれに加えることによって他のラング2~8を構成した。ラング8に近いほど、加えるクジの確率は大きくなるように設定した。

例えば、ラダー3ではラング1を、4万円が5%で生じるクジ(リスクなクジ)と1万円が20%で生じるクジ(手堅いクジ)とした。そして、ラング2はラング1の手堅いクジ(1万円が20%で生じるクジ)と結果が同じクジ(1万円が5%で生じるクジ)を、ラング1のリスクなクジと手堅いクジそれぞれに加えることで作成した。したがって、ラング2のリスクなクジは、4万円が5%で生じるか、あるいは1万円が5%で生じるクジとなる。一方で手堅いクジは、1万円が25%で生じるクジとなる。なお、ラング3以降では加えるクジの結果(1万円)は変わらず、結果が生じる確率だけを10%、15%、35%、50%、

65%、80%と増やし、基準となる1対のクジであるラング1にそれぞれ加えていくことで作成した。

2.1.5 課題

実験画面は二つのクジを画面の左右に呈示し、より好ましいクジを選択させるというものであった。1試行は、注視点を500ミリ秒間呈示し、その後二つのクジを左右に配置した選択画面を呈示し、好ましいクジの選択が行われるまで選択画面を呈示した。そして実験参加者がクジの選択を行うとブランク画面を500ミリ秒間呈示し、次試行へ移行した。

また、各実験参加者に対し全ての1対のクジを5回ずつ呈示した。これら1対のクジの呈示順序はランダムであった。そのため、分析の対象としたラダーの試行数は各ブロックで120回であり、実験全体の試行数は計240回であった。また、いずれの条件を先に行うかといった試行順および、クジの左右の配置に関し、カウンターバランスをとった。

各ブロックを開始時に、これから行うブロックが利得条件か損失条件であるか実験参加者に教示を行った。さらに各ブロックでは休憩を1回はさんだ。

2.2 確率荷重関数のパラメータ推定

確率荷重関数のフリーパラメータの推定では、Wu & Gonzalez (1996) による推定方法を用いた。また推定を行う確率荷重関数のモデルは、Tversky & Kahneman (1992) が提案したモデルと、竹村 (1998) と Takemura (2001) の心的モノサシモデルとした。確率荷重関数のモデルは数多く提案されている (Prelec, 1998; Gonzalez & Wu, 1999; Chechile & Barch, 2013)。しかし、本研究の実験と推定方法で参考とした Wu & Gonzalez (1996) と同様の実験、推定方法を用いた過去の研究において (Takemura, 2004)、Tversky & Kahneman (1992) のモデルと心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) は他の確率荷重関数のモデルよりも当てはまりがよかったことから、これらのモデルを採用した。次に、Tversky & Kahneman (1992)

表1: クジの選択課題において用いられた24種類の1組のクジ

	ラング1		ラング2		ラング3		ラング4		ラング5		ラング6		ラング7		ラング8	
ラダー1																
リスクなクジ	0.05,	3万														
手堅いクジ	0.10,	1万5千	0.20,	1万5千	0.30,	1万5千	0.40,	1万5千	0.45,	1万5千	0.60,	1万5千	0.75,	1万5千	0.90,	1万5千
ラダー2																
リスクなクジ	0.05,	4万														
手堅いクジ	0.10,	2万	0.20,	2万	0.30,	2万	0.40,	2万	0.45,	2万	0.60,	2万	0.75,	2万	0.90,	2万
ラダー3																
リスクなクジ	0.05,	4万														
手堅いクジ	0.20,	1万	0.25,	1万	0.30,	1万	0.35,	1万	0.35,	1万	0.50,	1万	0.65,	1万	0.80,	1万

のモデルと竹村 (1998) と Takemura (2001) の心的モノサシモデルについて概説する。そのあと、本研究で用いた Wu & Gonzalez (1996) による推定方法の説明を行う。

2.2.1 Tversky & Kahneman (1992) のモデル

Tversky & Kahneman (1992) によって提案された確率荷重関数 $\pi(p)$ を (1) 式に示した。

$$\pi(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (1)$$

ただし、 p は確率を表し、 γ はフリーパラメータである。 γ は閉区間 $[0.27, 1]$ の値をとり、 $\gamma = 1$ のとき、 $\pi(p) = p$ となる (Wu & Gonzalez, 1996)。また γ が閉区間 $[0.27, 1]$ の値をとる場合に、(1) 式は単調性を満たし、逆 S 字の形状となる (Bleichrodt & Pinto, 2000)。

2.2.2 竹村 (1998) の心的モノサシモデル

心的モノサシモデルでは、人々はあたかもモノサシをもっているかのようにして意思決定を行うということが基本的な仮定として置かれている。そしてこの仮定から、人が判断や意思決定をする際に、多次元的な性質をもつ状況を一次的に構成し直し、物理的なモノサシを用いて対象を測定するように、人が個々に持っていると思われる心的モノサシを使って対象を評価するとされている。また、物理的なモノサシとは異なる心的モノサシの基本的機能の一つとして、心的モノサシの目盛りは端点と基準点付近で狭いというものがある。

これらの仮定や性質、機能を表現するために心的モノサシのモデルは、凹関数と凸関数の線形結合の形式で表現され (竹村, 1998; Takemura, 2001)、確率荷重関数へ適用するには (2) 式を用いた。

$$\pi(p) = wp^k + (1-w)(1-(1-p)^k) \quad (2)$$

w と k はフリーパラメータである。ただし、 w と k はともに开区間 $(0, 1)$ の値をとる。従来の確率荷重関数と同様に心的モノサシモデルも逆 S 字型となる。また各パラメータの性質として、 w は線形結合されている凹関数と凸関数の割合を決めるパラメータであり、 w の値は 0 に近いほど、凸関数で表現される割合が増える。そして、 k の値は 0 に近づくほど、確率の端点付近と基準点付近での確率荷重値の変化量が増加する。

2.2.3 Wu & Gonzalez (1996) の推定方法

Wu & Gonzalez (1996) では、確率荷重関数のパラメータを推定するために、手堅いクジよりもリスクなクジが選択される確率に、リスクなクジの効用と手堅いクジの効用の差のロジスティック関数による当てはめを行っている。実測値を各ラダーの各ラングにおけるリスクなクジの選択率として、最小二乗法により、確率荷重関数のフリーパラメータの推定が行われた。この推定式を (3)、(4) 式に示した。

$$Pr(R > S) = \frac{1}{1 + \exp(U(S) - U(R))} \quad (3)$$

$$SSE(\gamma) = \sum_{i=1}^8 (\%R_i - Pr(R_i > S_i; \gamma)) \quad (4)$$

(3) 式において、 R はリスクなクジ、 S は手堅いクジ、 $U(S)$ は手堅いクジの効用、 $U(R)$ はリスクなクジの効用を表している。ただし、両クジの効用は累積プロスペクト理論を用いて算出した。例えば、結果が x, y で、それぞれの確率が p, q のクジの効用は $U(p, x; q, y) = \pi(p)v(x) + [\pi(p+q) - \pi(p)]v(y)$ と表される。ここで $v(\cdot)$ は価値関数であり、代替案を選択することで生じる結果の価値を表現する関数である。また、(4) 式において、 $SSE(\gamma)$ は誤差の二乗和、 $\%R_i$ は各ラングにおけるリスクなクジの選択率を示している。総和記号の添字 i はラングの番号と対応している。 $Pr(R_i > S_i; \gamma)$ は (3) 式において Tversky & Kahneman (1992) のモデルのパラメータ γ から算出されるリスクなクジよりも手堅いクジを選ぶ確率を表している。(4) 式に示した目的関数 $SSE(\gamma)$ を最小化するパラメータ γ を推定した。

本研究の目的は、ギャンブル情報をグラフ提示した場合であっても、従来の研究知見が示すような確率荷重関数の特徴が認められるか検討することであった。したがって、価値関数については推定を行わず、確率荷重関数のフリーパラメータのみを推定した。価値関数は従来の研究で用いられることが多いべき関数 ($v(x) = x^\beta$) とし、また損失条件においては、利得に対する損失のインパクトを表すパラメータ λ を用いて $v(x) = -\lambda x^\beta$ とした (Tversky & Kahneman, 1992; 竹村, 2009)。パラメータ β と λ は Tversky & Kahneman (1992) の推定結果より、それぞれ $\beta = 0.88$ 、 $\lambda = 2.25$ とした。

3. 結果

3.1 クジの選択課題における選択結果

各ラダーにおけるリスクなクジの選択率を図 5 と図 6 に示した。図 5 は利得条件、図 6 は損失条件のリスクなクジの選択率を示している。Wu & Gonzalez (1996) の実験結果と Tversky & Wakker (1995) によるリスク態度に関する先行研究から、利得条件ではリスクなクジの選択率は、確率が 0 から 0.33 付近まででは下に凹の形状となり、0.33 より高い確率では、下に凸の形状となることが予想される。損失条件では、利得条件とは逆になり、下に凸から下に凹の形状に推移すると予想される。図 5 から、手堅いクジの確率が 0 から 0.6 といった確率においてはリスクなクジの選択率は下に凹の形状となっていなかったが、およそ 0.7 以上といった高い確率においては下に凸の形状となっていた。図 6 は損失条件におけるリスクなクジの選択率を表しており、予測通りの形状となっていた。したがって、損失条件と高い確率の場合の利得条件において、行動実験の結果は従来の研究知見による予測と合致していた。

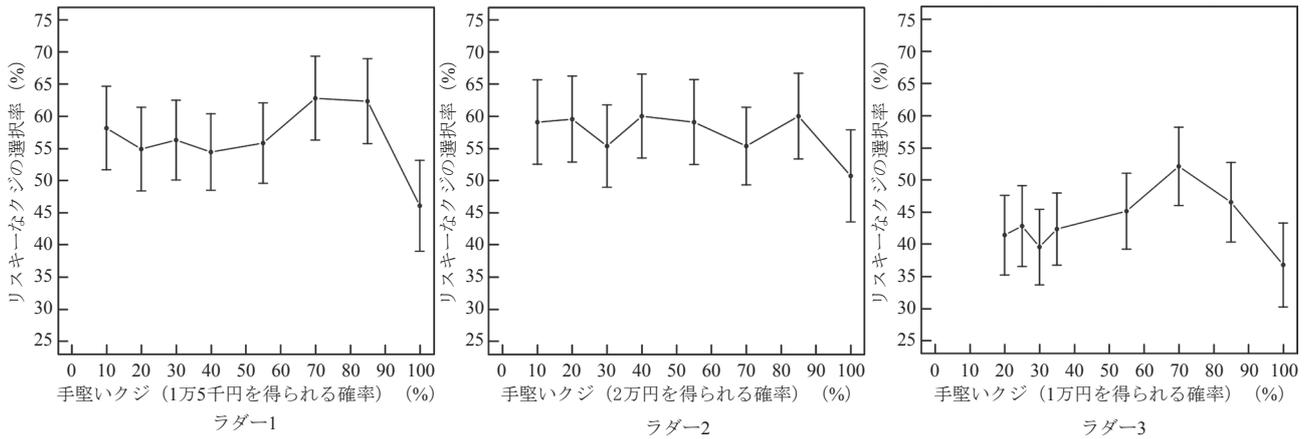


図5：利得条件における各ラダーの各ラングでのリスクなクジの選択率

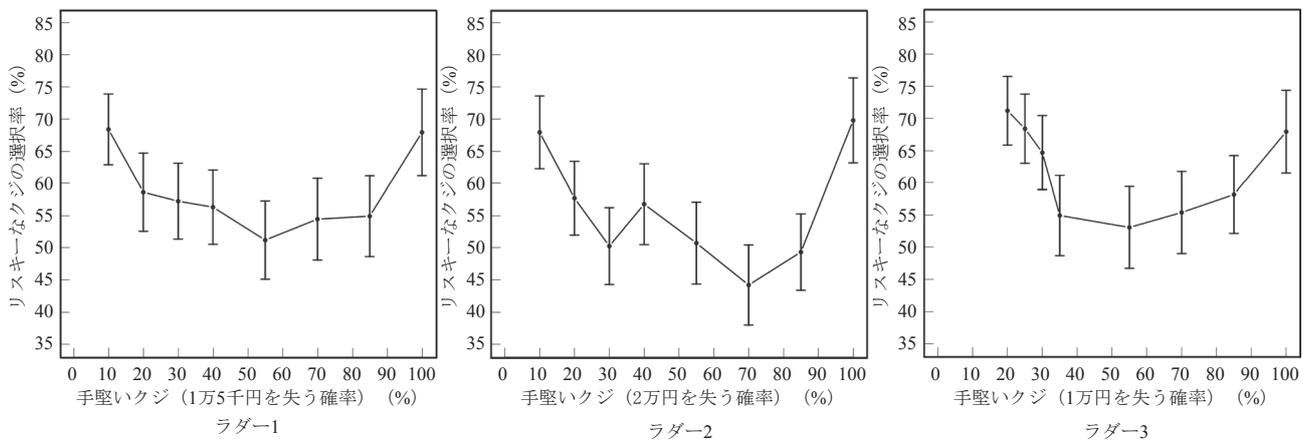


図6：損失条件における各ラダーの各ラングでのリスクなクジの選択率

表2：心的モノサシモデルと Tversky & Kahneman (1992) モデルのパラメータの推定値と両モデルの AIC

ラダー	心的モノサシモデル						Tversky & Kahneman (1992)			
	利得条件			損失条件			利得条件		損失条件	
	<i>k</i>	<i>w</i>	AIC	<i>k</i>	<i>w</i>	AIC	γ	AIC	γ	AIC
1	0.84***	0.64***	552.80	0.92***	0.70***	526.46	0.90***	580.74	0.95***	550.57
2	0.84***	0.64***	556.34	0.92***	0.70***	531.11	0.90***	589.95	0.95***	584.06
3	0.89***	0.65***	536.32	0.87***	0.56***	500.18	0.94***	579.94	0.94***	530.96

***: $p < 0.001$

3.2 確率荷重関数のフリーパラメータの推定結果

クジの選択課題から得た各ラダーにおける各ラングのリスクなクジの選択率より、Wu & Gonzalez (1996) の推定方法を用いて Tversky & Kahneman (1992) のモデルと心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) のフリーパラメータの推定を行った。また、データに対する当てはまりの指標として AIC (Akaike, 1974) を算出した。AIC は、 $AIC = -2 \times (\text{対数尤度}) + 2 \times \text{パラメータ数}$ 、と定義される。対数尤度はモデルのパラメータが与えられた時のデータの尤もらしさを表し、その対数尤度に -2 をかけているので、AIC の値は低いほど、モデルがデータを良く説明できていることを表す。また第2項はパラメータの数を増やすことへのペナルティを表している。この推定結果と両モデルの AIC を表2に示した。

3.2.1 推定されたパラメータ

表2より、Tversky & Kahneman (1992) のモデルと心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) のパラメータは、利得・損失条件、および全てのラダーにおいて 0.1 % 水準で有意であった。また、Tversky & Kahneman (1992) によるモデルのパラメータ γ と心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) のパラメータ k の値は共に、すべてのラダーにおいてほぼ 1 であった。本研究の実験と推定方法で参考とした Wu & Gonzalez (1996) の推定結果において、確率荷重関数のフリーパラメータの推定値は、約 0.6 ~ 0.9 の値であった。この結果から本実験においては確率に対する評価の歪みは、ほとんどなく、線形に近いことが示唆された。また、心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) のパラメータ w はおよそ 0.5 ~ 0.7

であり、これは確率が 0.5 ~ 0.7 の時に凹関数から凸関数への移行が生じたことを示している。

3.2.2 AIC

次に AIC の値は、表 2 より利得条件と損失条件における全てのラダーに対して Tversky & Kahneman (1992) のモデルよりも、心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) の方が低かった。このことから、Tversky & Kahneman (1992) による従来の確率荷重関数のモデルよりも、心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) の方が本実験の結果に対する当てはまりがよいことが示された。

4. 考察

本研究では、Wu & Gonzalez (1998) の実験を参考に、各実験参加者に対して繰り返しクジの選択課題を行ったデータに対して Wu & Gonzalez (1998) による推定方法を用い、Tversky & Kahneman (1992) と心的モノサシモデル (竹村, 1996; Takemura, 2001) による確率荷重関数の推定を行った。そして Wu & Gonzalez (1998) の実験結果と本実験の結果を比較した。推定されたパラメータおよび適合度指標から、Tversky & Kahneman (1992) と心的モノサシ (竹村, 1996; Takemura, 2001) のモデルの比較も行った。

4.1 クジの選択結果と推定したパラメータ

行動実験の結果は、損失条件と利得条件の確率がおよそ 0.7 以上の場合は、従来の研究知見と矛盾しない結果が観察された。しかし、利得条件の確率が 0 から 0.6 においては従来の研究知見と一致しなかった。また、実験で得られたデータから Tversky & Kahneman (1992) のモデルと心的モノサシモデル (竹村, 1998; Takemura, 2001) のフリーパラメータを推定した。推定されたパラメータの値は、確率の評価が線形に近いことを示していた。これら先行研究と一致しない結果は、先行研究とは異なり、本実験では各実験参加者に対して繰り返しクジの選択課題を行ったことや、クジの情報を棒グラフによって表現したことで生じた可能性が考えられる。

4.2 AIC

当てはまりの指標として AIC を算出した。算出した AIC の値から、Tversky & Kahneman (1992) のモデルよりも心的モノサシモデルの方が、当てはまりが良いことが示された。この結果から、プロスペクト理論の下では、心的モノサシモデルは確率の評価関数として適用できることが示唆された。

今後の展望としては、心的モノサシモデルは心理物理学の観点から導出されたモデルであり、人の代替案に対する望ましさを表現しようとする効用理論とは出自が異なるものである。そこで、今後は心理物理学の観点から人の確率に対する評価を測定した場合においても、その測定結果を心的モノサシモデルによって表現できるか検討を進める必要がある。

謝辞

早稲田大学文学部 2011 年度卒業生の藤本一馬氏には実験の実施、及びデータの解析の際に大変ご尽力をいただきました。また、匿名の審査者の先生に貴重なご助言を賜りました。記して深謝申し上げます。

引用文献

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 19 (6): 716-723.
- Bleichrodt, H., & Pinto, J. L. (2000). A parameter-free elicitation of the probability weighting function in medical decision analysis. *Management Science*, 46 (11): 1485-1496.
- Chechile, R. A., & Barch, D. H. (2013). Using logarithmic derivative functions for assessing the risky weighting function for binary gambles. *Journal of Mathematical Psychology*, 57, 15-28.
- Gonzalez, R., & Wu, G. (1999). On the shape of the probability weighting function. *Cognitive psychology*, 38, 129-166.
- Fennema, H., & Wakker, P. (1997). Original and cumulative prospect theory: A discussion of empirical differences. *Journal of Behavioral Decision Making*, 10, 53-64.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263-292.
- Keller, L. R. (1985). Testing of the 'reduction of compound alternatives' principle. *Omega*, 13, 349-358.
- Prelec, D. (1998). The probability weighting function. *Econometrica*, 66(3), 497-527.
- 竹村和久 (1998). 状況依存的意思決定の定性的モデル—心的モノサシ理論による説明—. *認知科学*, 5(4), 17-34.
- 竹村和久 (2009). 行動意思決定論—経済行動の心理学—. 日本評論社.
- Takemura, K. (2001). Contingent Decision Making in the Social World: The "Mental Ruler" Model. In C. M. Allwood & M. Selart (Eds.) *Decision Making: Social and Creative Dimensions*, (pp. 153-173). Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.
- Takemura, K. (2004). Probability weighting function derived from the mental ruler model. *International Journal of Psychology*, 39.
- Tversky, A., & Fox, C. R. (1995). Weighting risk and uncertainty. *Psychological Review*, 102, 269-283.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1981). The framing decisions and the psychology of choice. *Science*, 211, 453-458.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5(4), 297-323.
- Tversky, A., & Wakker, P. (1995). Risk attitudes and decision weights. *Econometrica*, 63, 1255-1280.
- Wu, G., & Gonzalez, R. (1996). Curvature of the probability weighting function. *Management Science*, 42(12), 1676-1690.

(受稿：2014年5月19日 受理：2014年6月5日)